

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МІЖНАРОДНИЙ ЕКОНОМІКО-ГУМАНІТАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ АКАДЕМІКА
С.ДЕМ'ЯНЧУКА

Р.М.Літнарвич

**КОНСТРУЮВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ
МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ**

**ОНТОДИДАКТИКА
ПОЛІНОМІАЛЬНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ**

ЧАСТИНА 3



Рівне, 2009

Літнарвич Р.М.Конструювання і дослідження математичних моделей.Онтодидактика поліноміальної апроксимації .
Частина 3. МЕНУ, Рівне, 2009, -32 с.

Рецензенти:

В.Г.Бурачек, доктор технічних наук, професор

Є.С.Парняков, доктор технічних наук, професор

В.О.Боровий, доктор технічних наук, професор

Відповідальний за випуск: Й.В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор

Дослідження проведені в рамках роботи наукової школи МЕНУ

В даній роботі розглядається новий підхід до подачі матеріалу по темі «Поліноміальна апроксимація», розробляються необхідні контролі і повна оцінка точності зрівноважених елементів, приводяться практичні результати по розробленому автором алгоритму в MS EXCEL. Для студентів , аспірантів і пошукувачів вчених ступеней факультету Кібернетики МЕНУ.

Litnarovich R.M.Construction and research of mathematical models.Essential method of studies polinomial'noy approximation . Part 3. IENU, Rivne, 2009 -32 s.

In this work the new going is examined near the serve of material on the topic «Polinomial'na approximation», necessary controls and complete estimation of exactness of the balanced elements are developed, practical results over are brought on the algorithm developed an author in MS EXCEL. For students, graduate students and seekers scientists of degree department of Cybernetics IENU.

© Літнарвич Р.М.

	Зміст	Стор.
Передмова		4
1.Теоретико-методологічні аспекти представлення поліноміальної апроксимації.....		5
2.Представлення результатів експериментальних даних...		7
3.Встановлення коефіцієнтів нормальних рівнянь		10
4.Рішення системи лінійних рівнянь.....		11
5.Контроль зрівноваження		13
6.Порівняльний аналіз.....		16
7.Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь.....		16
Висновки		29
Літературні джерела.....		31

Передмова

За результатами педагогічного експерименту при дослідженні залежності якості здачі екзамену у бальній системі по шкалі ECST і числа студентів, які отримали той чи інший бал, будується математична модель у вигляді поліному третього степеня.

Вихідними даними для проведення досліджень в даній роботі беруться результати педагогічного експерименту – екзаменаційні бали (X_i) і число студентів, які отримали той чи інший бал (Y_i).

За цими даними була побудована математична модель у вигляді поліному першого степеня способом найменших квадратів. Дана модель приймалась за істинну модель.

В подальшому генеруються випадкові числа, знаходяться коефіцієнти пропорційності K і дані випадкові числа приводяться до середньої квадратичної похибки 0,5 бали, на яку міг помилитися викладач.

Будуються спотворені моделі, які зрівноважуються по способу найменших квадратів.

Дається оцінка точності елементів, зрівноважених процедурою способу найменших квадратів. Робляться узагальнюючі висновки.

1. Теоретико-методологічні аспекти онтодидактичного підходу представлення поліноміальної апроксимації

Слово «онтодидактика» означає наставляння («дидактика») по суті («онто»). Суть же онтодидактичних прийомів в тому, що знаходяться більш прості або більш короткі методи подачі вже усталеного теоретичного матеріалу .

Знаходження цих нових методів процес не простий і потребує постійної «налаштованості» на бажання покращити , вдосконалити подачу матеріалу.

В даній роботі розглядається новий підхід до подачі матеріалу по темі «Поліноміальна апроксимація», розробляються необхідні контролі і повна оцінка точності зрівноважених елементів, приводяться практичні результати по розробленому автором алгоритму в MS EXCEL.

1. Знаходиться матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь **N**

$$\dots \quad N = X X^T, \quad (1)$$

$m \times m$ $m \times m$ $n \times m$

де X^T - транспонована матриця коефіцієнтів початкових умовних рівнянь **X**.

2. Визначається обернена матриця **Q**

$$\dots \quad Q = N^{-1}. \quad (2)$$

$m \times m$ $m \times m$

3. Обчислюється вектор вільних членів **b**

$$\dots \quad b = Y X^T. \quad (3)$$

$1 \times m$ $1 \times m$ $n \times m$

4. Вчислюється вектор невідомих **a**

$$a = b Q \quad (4)$$

$1 \times m$ $1 \times m$ $m \times m$

5. Виконується контроль обчислень

$$b = a N \quad (5)$$

$1 \times m$ $1 \times m$ $m \times m$

6. Знаходиться вектор зрівноважених значень Y'

$$Y' = a X \quad (6)$$

$1 \times n$ $1 \times m$ $m \times n$

7. Обчислюється середня квадратична похибка (стандарт) одиниці ваги μ (мю)

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum_1^n V V}{n - m - 1}} \quad (7)$$

$1 \times n$ $n \times 1$

де

$$V = Y' - Y \quad (8)$$

$1 \times n$ $1 \times n$ $1 \times n$

8. Знаходяться обернені ваги коефіцієнтів a_j апроксимуючого поліному, як діагональні елементи оберненої матриці Q

$$\frac{1}{P_{aj}} = Q_{jj} \quad , \quad (j = 0, 1, 2, \dots, m) \quad (9)$$

9. Їх стандарти (середні квадратичні похибки)

$$\sigma_{ai} = \sigma_0 \sqrt{\frac{1}{P_{ai}}} , \quad (10)$$

де $\sigma_0 = \mu$.

10. Знаходиться допоміжна матриця Q'

$$\dots\dots\dots$$

$$\underset{m \times n}{Q'} = \underset{m \times n}{Q} \underset{m \times n}{X} . \quad (11)$$

11. Обчислюється обернена вага функції зрівноважених величин як добуток двох векторів построчно

$$\dots\dots\dots \underset{1 \times 1}{\frac{1}{Py'}} = \underset{1 \times n}{X'} \underset{n \times 1}{Q'} . \quad (12)$$

12. Розраховуються стандарти зрівноваженої функції

$$\dots\dots\dots \sigma_{y'} = \sigma_0 \sqrt{\frac{1}{P_{y'}}} . \quad (13)$$

2. Представлення результатів експериментальних даних

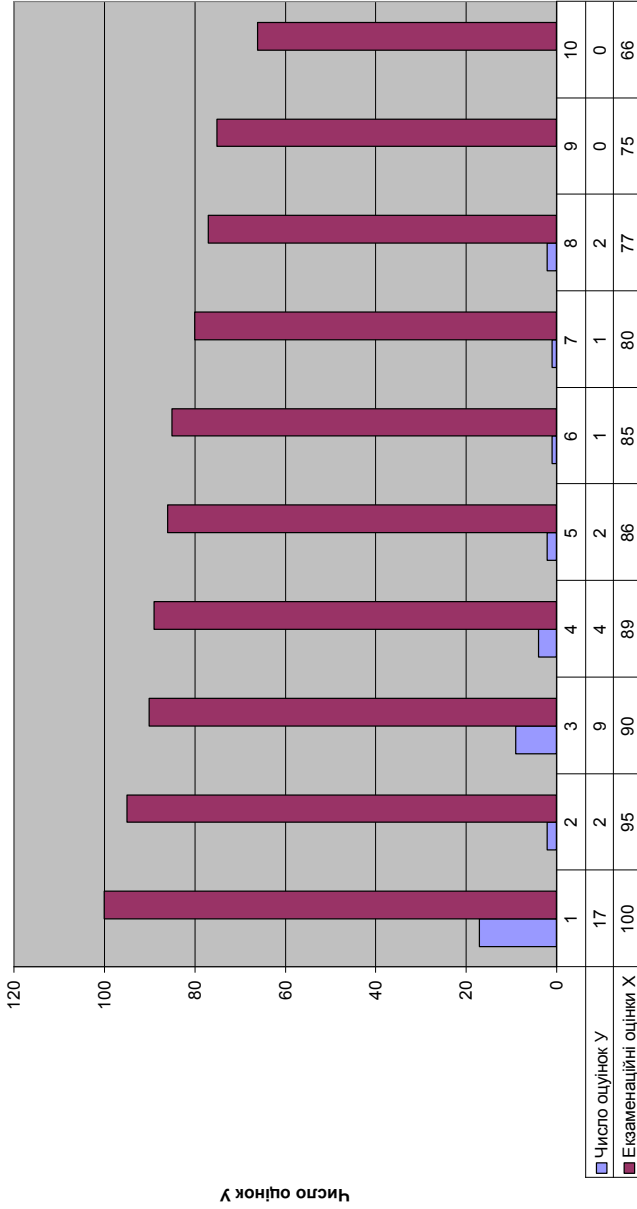
За результатами курсового екзамену отримана слідуюча таблиця

..... Таблица 1. Результати курсового екзамену

№п/п	Екзаменаційні оцінки (X) (бали по шкалі EST)	Кількість студентів (Y)
1	100	17
2	95	2
3	90	9
4	89	4
5	86	2
6	85	1
7	80	1
8	77	2
9	75	0
10	66	0
Σ	843	38

Проілюструємо результати екзамену графічно

Екзаменаційні оцінки і їх число



Екзаменаційні оцінки X

3.Встановлення коефіцієнтів нормальних рівнянь

Проведемо апроксимацію результатів екзамену кубічним поліномом.

Таблиця коефіцієнтів початкових рівнянь при цьому буде

Таблиця 2. Коефіцієнти початкових рівнянь

X0	X	X^2	X^3
1	100	10000	1000000
1	95	9025	857375
1	90	8100	729000
1	89	7921	704969
1	86	7396	636056
1	85	7225	614125
1	80	6400	512000
1	77	5929	456533
1	75	5625	421875
1	66	4356	287496
10	843	71977	6219429

За формулою (1) знайдемо матрицю коефіцієнтів нормальних рівнянь.

Враховуючи особливості вбудованої в MS EXCEL програми множення матриць, за комп'ютерною формулою

$$= \text{МУМНОЖ}(\text{ТРАНСП}(A81 : D90); A81 : D90) \quad , \quad (14)$$

виділивши попередньо масив, аналогічний масиву (A81:D90), в якому знаходилася матриця коефіцієнтів початкових рівнянь (див. табл.2), натиском клавіш F2, «Ctrl+Shift+Enter», отримуємо матрицю коефіцієнтів нормальних рівнянь N

N=

10	843	71977	6219429
843	71977	6219429	543432709
71977	6219429	543432709	47977055733
6219429	543432709	47977055733	4,27643E+12

.....(15)

1. Рішення системи лінійних рівнянь

Обернена матриця Q знаходиться за комп'ютерною формулою

$$= \text{МОБР}(F81:I84) \quad , \quad (16)$$

виділивши попередньо масив, аналогічний масиву (F81:I84) в якому знаходилася матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь (15), натиском клавіш F2,

«Ctrl+Shift+Enter», отримуємо обернену матрицю $Q=N^{-1}$

Q=

31823,74352	-1169,11728	14,16301309	-0,056609982
-1169,11728	43,02061433	-0,521978605	0,00208946
14,16301309	-0,521978605	0,006342885	-2,54274E-05
-0,056609982	0,00208946	-2,54274E-05	1,02079E-07

.....(17)

Розраховується визначник оберненої матриці Δ за формулою

$$= \text{МОПРЕД}(F87:I90) \quad . \quad (18)$$

В нашому випадку $\Delta = 1,01191E - 16$, а згідно виведеної нами раніше теореми

Теорема. Система рівнянь не має рішення в тому і тільки в тому випадку, коли визначник оберненої матриці нормальних рівнянь дорівнює абсолютному нулю. У всіх інших випадках система має рішення.

Таким чином, у нас випадає зручна нагода перевірити справедливість теореми.

Знайдемо вектор вільних членів за формулою (3)

$$= \text{МУМНОЖ}(\text{ТРАНСП}(A81 : D90); E81 : E90) \quad , \quad (19)$$

виділивши попередньо масив, розмірами 1x4 в якому буде вектор вільних членів системи нормальних рівнянь після натиску клавіш F2, «Ctrl+Shift+Enter», отримуємо вектор **b**

$$b = \begin{array}{|c|} \hline 38 \\ \hline 3547 \\ \hline 332909 \\ \hline 31406929 \\ \hline \end{array} \dots\dots\dots(20)$$

Де вектор У

$$\begin{array}{|c|} \hline 17 \\ \hline 2 \\ \hline 9 \\ \hline 4 \\ \hline 2 \\ \hline 1 \\ \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \quad (21)$$

Вектор невідомих, за формулою (4), буде

$$=МУМНОЖ(F87:I90;F94:F97) \dots\dots\dots(22)$$

І в нашому випадку

a=	-507,8865465
	19,81315404
	-0,257133688
	0,001112978

.....(23)

Таким чином, нами отримана емпірична формула прогнозу числа студентів, які при заданих умовах отримають відповідний бал за шкалою EST

$$Y' = 0.00111X^3 - 0.25713X^2 + 19.81315X - 507.88655, \quad (24)$$

5. Контроль зрівноваження

Контроль обчислень отримаємо за формулою (5)

$$= МУМНОЖ(F81: I84; I94: I97), \quad (25)$$

і вектор вільних членів буде

38,00000001
3547,000001
332909,0001
31406929,01

(26)

Лише тепер ми можемо переконати опонентів не тільки у справедливості сформульованої вище Теорема, але і в коректності отриманої нами емпіричної формули (24).

В багатьох підручниках і посібниках на цьому освітлен-ня даної проблеми і завершується, а ми продовжимо дослідження побудованої нами математичної моделі.

За формулою (6) знайдемо значення зрівноваженої функції за способом найменших квадратів

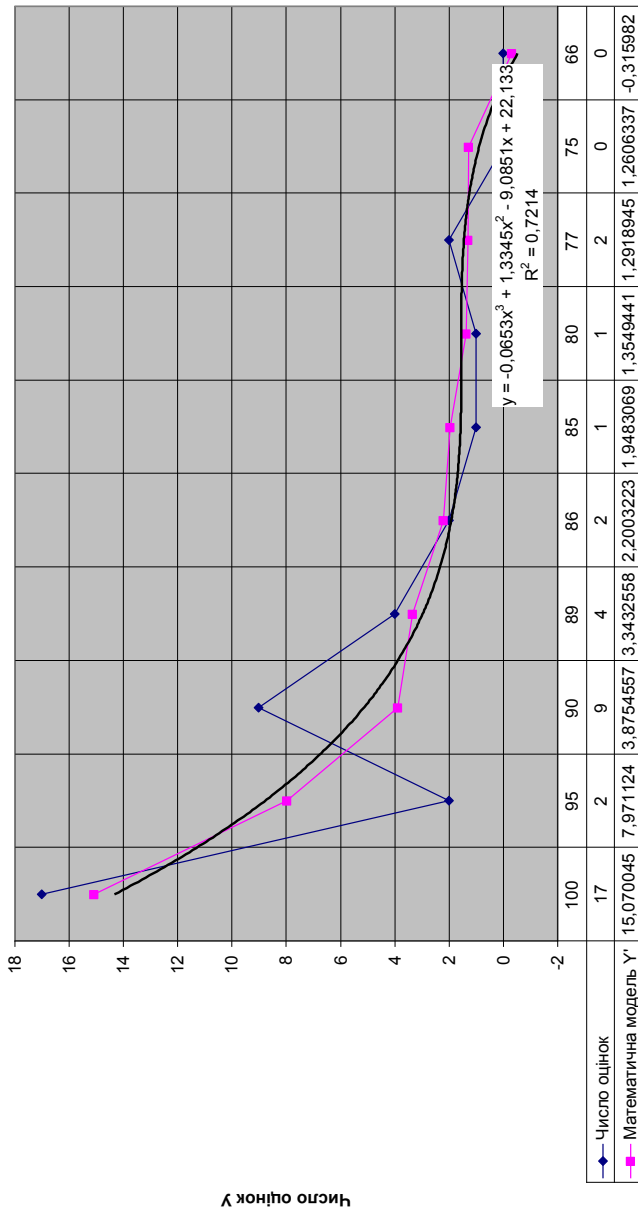
$$= МУМНОЖ(A81 : D90; I94 : I97) \quad , \quad (27)$$

І вектор зрівноважених значень функції буде

$$Y' = \begin{array}{|c|} \hline 15,07004547 \\ \hline 7,97112404 \\ \hline 3,875455697 \\ \hline 3,343255846 \\ \hline 2,200322297 \\ \hline 1,948306888 \\ \hline 1,354944061 \\ \hline 1,291894478 \\ \hline 1,260633664 \\ \hline -0,315982428 \\ \hline \end{array} \quad (28)$$

Проілюструємо для наглядності результати апроксимації графічно

Апроксимація кубічним поліномом



Необхідно зауважити, що виписана формула на графіку залежить від масштабування комп'ютером, яке він проводить на свій розсуд і не представляє ніяких даних про коефіцієнти масштабування. Тому, коректною і точною є аналітична формула (24), яка і не співпадає з формулою, представленою на графіку.

6. Порівняльний аналіз

Таблиця 3. Порівняльний аналіз результатів строгого зрівноваження

№	$x_{\text{експер.}}$	$y_{\text{експер.}}$	$y'_{\text{зрівноваж}}$	$V = y_i - y'_i$	V^2
1	100	17	15,0700	1,9299	3,7247
2	95	2	7,9711	-5,9711	35,6543
3	90	9	3,8754	5,1245	26,2609
4	89	4	3,3432	0,6567	0,4313
5	86	2	2,2003	-0,2003	0,0401
6	85	1	1,9483	-0,9483	0,8992
7	80	1	1,3549	-0,3549	0,1259
8	77	2	1,2918	0,7081	0,5014
9	75	0	1,2606	-1,2606	1,5891
10	66	0	-0,3159	0,3159	0,0998
$n=10$	843	38	38,00	0,000	69,327

7. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь

Із формули (7) слідує, що середня квадратична похибка встановлення кількості тих чи інших екзаменаційних оцінок μ дорівнює корню квадратному із суми квадратів відхилень $[VV]$ поділених на число пар значень X і Y мінус число шуканих коефіцієнтів

k , які визначаються по способу найменших квадратів

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n-k}} \quad . \quad (29)$$

При апроксимації поліномом m -го порядку число коефіцієнтів k буде

$$k = m - 1. \quad (30)$$

Таким чином,

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n-m-1}}. \quad (31)$$

Так, для поліному першого степеня

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n-2}}, \quad (32)$$

для поліному другого степеня

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n-3}}, \quad (33)$$

для поліному третього степеня

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n-4}}. \quad (34)$$

І в нашому випадку

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n-4}} = \sqrt{\frac{69,327}{38-4}} = 1,4279 .$$

Приймаючи до уваги, що діагональні елементи оберненої матриці нормальних рівнянь представляють обернені ваги знайдених вище апроксимуючих коефіцієнтів, тобто

$$\frac{1}{P_d} = 31823.74352 ,$$

$$\frac{1}{P_c} = 43.02061433 ,$$

$$\frac{1}{P_b} = 0.006342885 ,$$

$$\frac{1}{P_a} = 1.02079E - 07 ,$$

середні квадратичні похибки визначених коефіцієнтів емпіричної формули (24), розраховуються за формулами

$$\dots\dots\dots m_d = \mu \sqrt{\frac{1}{P_d}} , \tag{35}$$

$$m_c = \mu \sqrt{\frac{1}{P_c}} , \tag{36}$$

$$m_b = \mu \sqrt{\frac{1}{P_b}}, \quad (37)$$

$$\dots\dots\dots m_a = \mu \sqrt{\frac{1}{P_a}}, \quad (38)$$

І в нашому випадку отримаємо

$$m_d = 1,427947 \sqrt{31823,74352} = 254,734,$$

$$m_c = 1,427947 \sqrt{43,020614} = 9,36592,$$

$$m_b = 1,427947 \sqrt{0,00632885} = 0,114,$$

$$m_a = 1,427947 \sqrt{1,02079E - 0.7} = 0,000456 .$$

Таблиця 4. Зведена таблиця оцінки точності апроксимуючих коефіцієнтів

	Обернені ваги	Середні квадр.похибки	
1/pd	31823,74352	254,7345834	m(d)
1/pc	43,02061433	9,365922955	m(c)
1/pb	0,006342885	0,113724938	m(b)
1/pa	1,02079E-07	0,000456227	m(a)

Встановимо значимість t(a) коефіцієнта а за формулою

$$t(a) = \frac{a}{m_a} , \quad (39)$$

і в нашому випадку

$$t_a = \frac{0,001112978}{0,000456227} = 2.439 .$$

Значимість $t(b)$ коефіцієнта b

$$t(b) = \frac{b}{m_b} , \quad (40)$$

тобто

$$t_b = \frac{0,257133688}{0,113724938} = 2.261 .$$

Значимість $t(c)$ коефіцієнта c

$$t(c) = \frac{c}{m_c} , \quad (41)$$

і

$$t_c = \frac{19.81315404}{9,365922955} = 2.115 .$$

Значимість $t(d)$ коефіцієнта d

$$t(d) = \frac{d}{m_d} , \quad (42)$$

І в нашому випадку

$$t_d = \frac{507.8865465}{254,7345834} = 1.994 .$$

Табличне значення t-критерія Стьюдента, визначене на рівні значимості $\alpha=0,05$ з $k=n-m-1$ степенями свободи знайдемо за формулою

$$= \text{СТЬЮДРАСПОБР}(0.95;34) , \quad (43)$$

і в нашому випадку $t(0.95;34)=2,032244$.

Так як для коефіцієнтів a, b, c $t > t(0.95;34)$, то ці коефіцієнти регресії значимі, а значить і рівняння нелінійної регресії У по Х значимо.

Крім цього, для визначення адекватності побудованої математичної моделі експериментальним даним скористаємося F-критерієм Фішера

$$\dots\dots\dots F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m} . \quad (44)$$

Згідно приведеного вище на графіку коефіцієнту детермінації $R^2=0.7214$, за формулою (44) отримаємо

$$F = \frac{0,7214}{1 - 0,7214} \cdot \frac{38 - 3 - 1}{3} = 29,346.$$

За формулою

$$= \text{FRАСПОБР}(0,05;3;34) \quad (45)$$

отримали

$$F(0.05;3;34)=2.88.$$

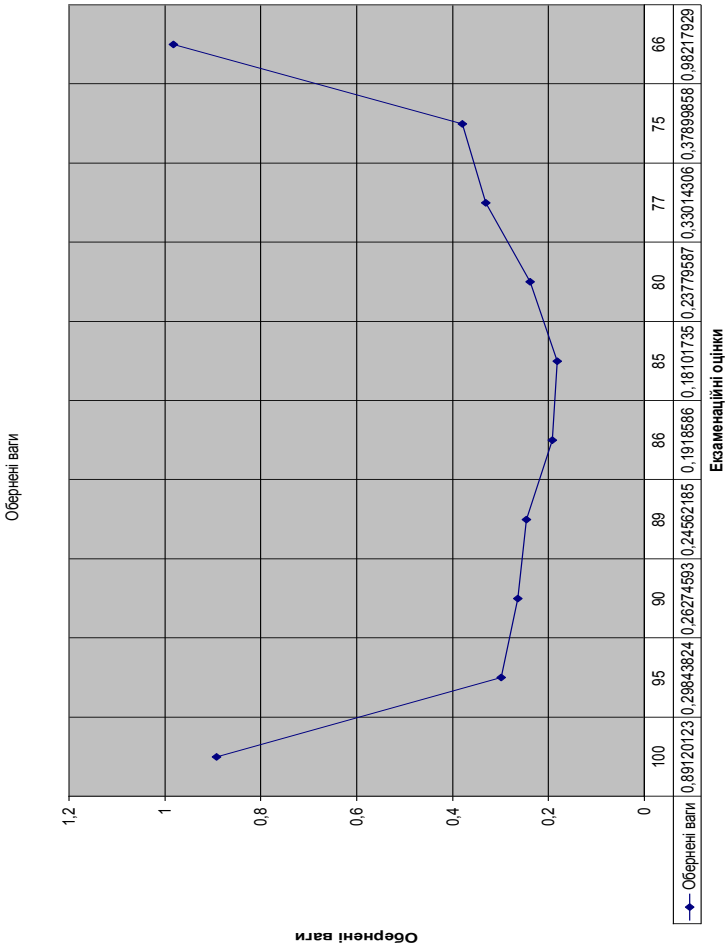
Приймаючи до уваги, що $F > F(0.05;3;34)$ з надійністю 95% можна вважати, що коефіцієнт детермінації статистично значимий і включені в регресію фактори достатньо пояснюють стохастичну залежність показника.

Допоміжна матриця Q' буде

0,00014103	-0,033413	2,6182402	-67,83517838	(46)
-7,35814E-05	0,018753	-1,564944	42,81208047	
-0,000104935	0,025722	-2,072251	54,91775654	
-9,59526E-05	0,02337	-1,870511	49,25016061	
-4,95212E-05	0,011571	-0,884553	22,18378851	
-2,95914E-05	0,006565	-0,470776	10,93933602	
7,58914E-05	-0,019647	1,6723847	-46,66569492	
0,000121799	-0,030828	2,5663792	-70,10717223	
0,000	-0,034	2,790	-75,43985009	
0,000	0,032	-2,784	80,94477347	

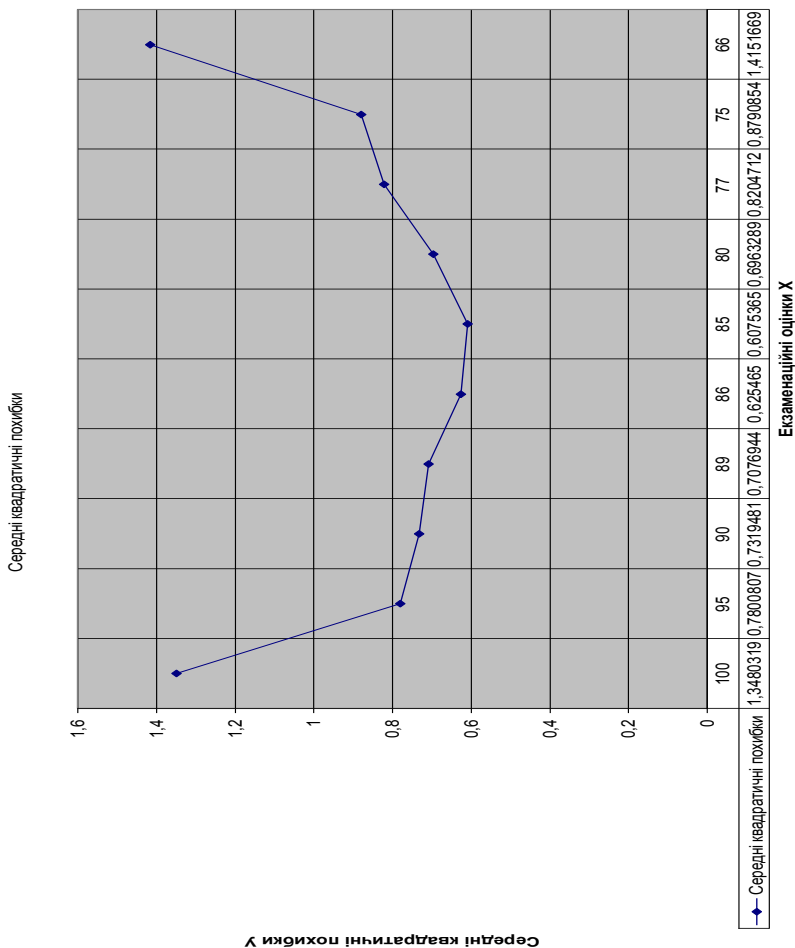
Таблиця 5. Обернені ваги і середні квадратичні похибки зрівноваженої функції

№	$x_{\text{експер.}}$	$y_{\text{експер.}}$	$y'_{\text{зрівноваж}}$	$\sqrt{1/P}$	$m\phi$
1	100	17	15,0700	0,944	1,348
2	95	2	7,9711	0,546	0,780
3	90	9	3,8754	0,512	0,731
4	89	4	3,3432	0,495	0,707
5	86	2	2,2003	0,438	0,625
6	85	1	1,9483	0,425	0,607
7	80	1	1,3549	0,487	0,696
8	77	2	1,2918	0,574	0,820
9	75	0	1,2606	0,615	0,879
10	66	0	-0,3159	0,991	1,415
$n=10$	843	38	38,00		



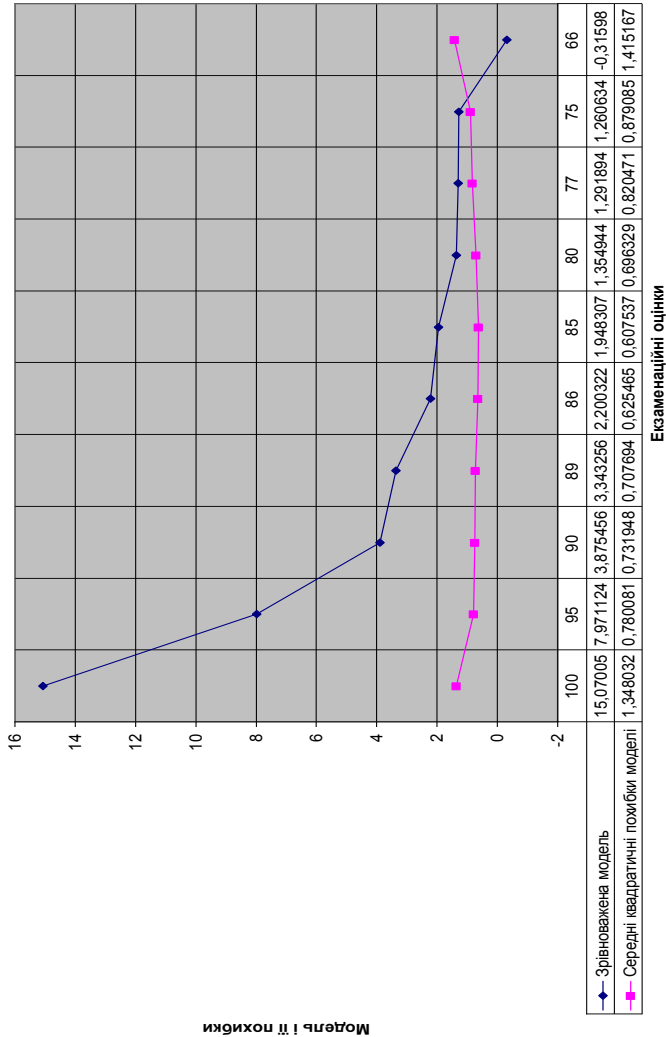
Як видно із графіка, обернена вага $1/P$ зрівноваженої функції найменша в середині статистичного ряду і збільшується вліво і вправо від середини, досягаючи максимальних

значень у крайній лівій і крайній правій точках, що цілком підтверджує коректність і правильність процедури строгого зрівноваження за способом найменших квадратів.



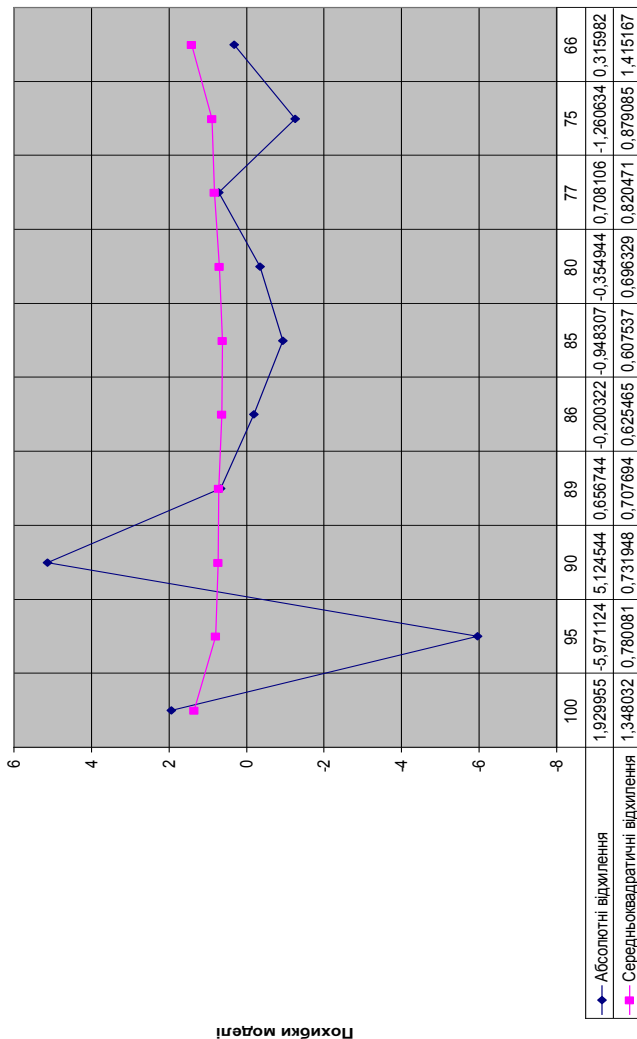
Розподіл середніх квадратичних похибок повністю повторює розподіл обернених ваг зрівноважених значень Y' , що цілком і повністю узгоджується із теорією способу найменших квадратів.

Зрівноважена модель і її похибки



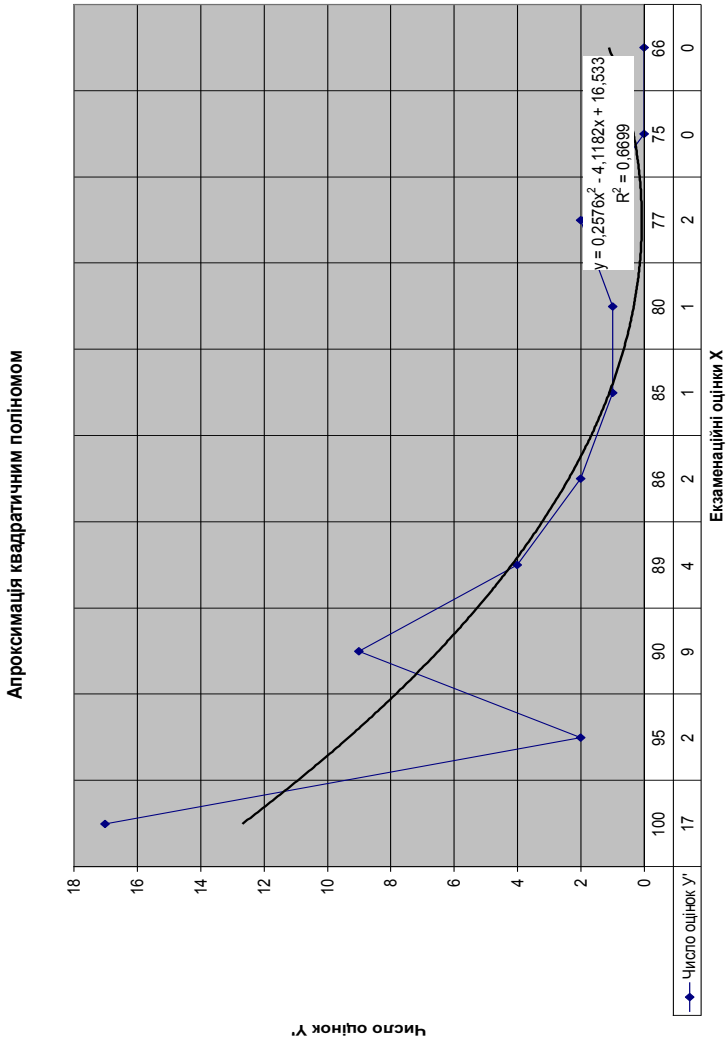
Як видно із графіка, середні квадратичні похибки зрівноважених значень функції становлять незначну долю від значення функції, що графічно підтверджує значимість отриманих результатів.

Абсолютні і середньоквадратичні відхилення



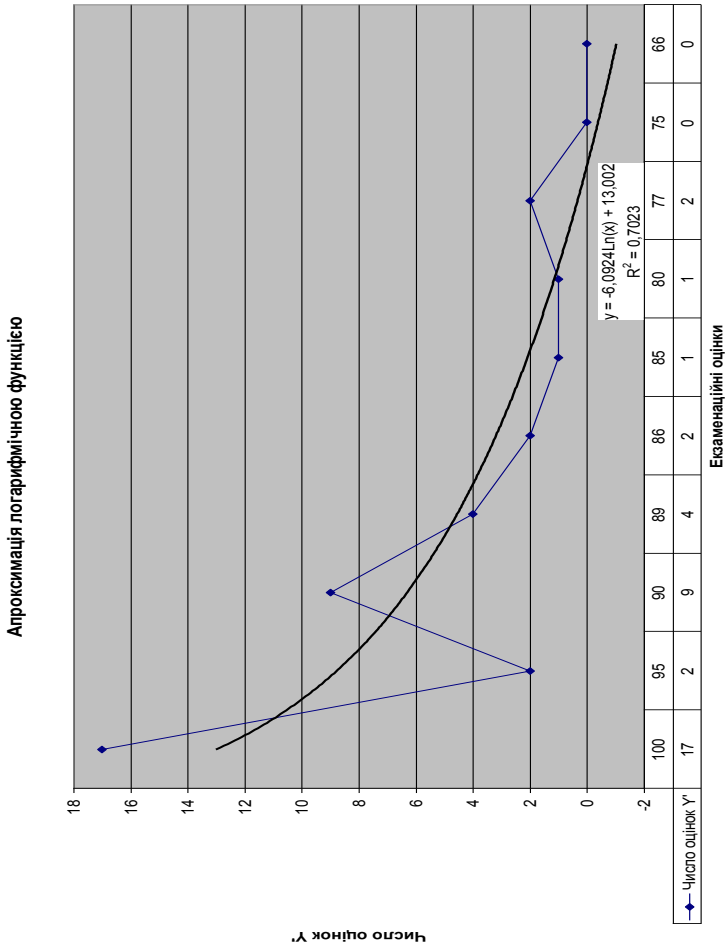
Даний графік ілюструє розкид абсолютних значень при порівнянні експериментальних і зрівноважених значень функції і його погашення середньоквадратичними

похибками.



Доцільно порівняти апроксимацію кубічним і квадратичним поліномом. Якщо при апроксимації кубічним поліномом коефіцієнт детермінації $R^2 = 0.7214$, то у випадку квадратичного

поліному він складає $R^2=0.6699$, що свідчить про кращі результати при апроксимації кубічним поліномом.



У випадку апроксимації логарифмічною функцією $R^2=0.7023$, що показує кращі результати, ніж при апроксимації квадратичним поліномом, але гірші, ніж при апроксимації кубічним поліномом.

ВИСНОВКИ

На основі проведених в даній роботі досліджень

1. Проведений онтодидактичний підхід до питання поліноміальної апроксимації функцій. При цьому не тільки розроблений алгоритм реалізації на основі матричного числення, але і повного аналізу з оцінкою точності зрівноважених елементів за способом найменших квадратів.
2. На конкретному експериментальному матеріалі будується математична модель у вигляді емпіричної формули

$$Y' = 0.00111X^3 - 0.25713X^2 + 19.81315X - 507.88655,$$

і доказується значимість коефіцієнтів даної формули.

3. Отримані обернені ваги і середні квадратичні похибки коефіцієнтів формули

$$Y' = aX^3 + bX^2 + cX + d$$

	Обернені ваги	Середні квадр.похибки	
1/pd	31823,74352	254,7345834	m(d)
1/pc	43,02061433	9,365922955	m(c)
1/pb	0,006342885	0,113724938	m(b)
1/pa	1,02079E-07	0,000456227	m(a)

4. Встановлена середня квадратична похибка одиниці ваги

$$\mu = 1,4279.$$

5. Приймаючи до уваги, що критерій Фішера-Снедекора $F > F(0.05; 3; 34)$ з надійністю 95% можна вважати, що коефіцієнт детермінації статистично значимий і включені в регресію фактори достатньо пояснюють стохастичну залежність показника

6. Отримані наступні результати

Обернені ваги і середні квадратичні похибки зрівноваженої функції

№	$x_{експер.}$	$y_{експер.}$	$y'_{зрівноваж}$	$\sqrt{1/P}$	mф
1	100	17	15,0700	0,944	1,348
2	95	2	7,9711	0,546	0,780
3	90	9	3,8754	0,512	0,731
4	89	4	3,3432	0,495	0,707
5	86	2	2,2003	0,438	0,625
6	85	1	1,9483	0,425	0,607
7	80	1	1,3549	0,487	0,696
8	77	2	1,2918	0,574	0,820
9	75	0	1,2606	0,615	0,879
10	66	0	-0,3159	0,991	1,415
$n=10$	843	38	38,00		

7. Результати досліджень впроваджені в курси «Основи наукових досліджень» і «Педагогіка вищої школи» МЕНУ.

Літературні джерела

1. Андрощук Л.М. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань МонтеКарло. Апроксимація поліномом першого степеня. Модель ППП 81 95. МEGУ, Рівне, 2009, -44 с.
2. Літнароч Р.М. Теоретико-методологічні аспекти і базові принципи функціонування наукової школи в рамках професійної освіти. Монографія. МEGУ, Рівне, - 383 с.
3. Літнароч Р.М. Побудова і дослідження істинної моделі якості засвоєння базової дисципліни. Апроксимація поліномом першого степеня.. МEGУ, Рівне, 2009, -32с.
4. Літнароч Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту експоненціальною функцією. Частина 4. МEGУ, Рівне, 2006, -17с.
5. Літнароч Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту степеневою функцією. Частина 5. МEGУ, Рівне, 2006,- 17с.
6. Літнароч Р.М. Дослідження точності апроксимації результатів психолого-педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло. Ч.1. МEGУ, Рівне, 2006,-45с.
7. Максименко С.Д., Е.Л. Носенко Експериментальна психологія (дидактичний тезаурус). Навчальний посібник – К.: МАУП, 2004, -128 с.
8. Якимчук А.Й.. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз . Модель ДА - 50. МEGУ, Рівне, 2009, -72 с.

Л і т н а р о в и ч Руслан Миколайович,

доцент, кандидат технічних наук

**КОНСТРУЮВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ
МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ**

**ОНТОДИДАКТИКА
ПОЛІНОМІАЛЬНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ**

ЧАСТИНА 3

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

**Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в
редакторі Microsoft® Office® Word 2003 Р.М. Літнарівч**

**Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет
ім.акад. Степана Дем'янчука**

Кафедра математичного моделювання

..... 33027,м.Рівне, Україна
..... Вул.акад. С.Дем'янчука,4,корпус 1.
..... Телефон (+00380) 362 23-01-86
..... E-mail:mail@regi.rovno.ua